

Numerische Experimente zur Berücksichtigung von Sicherheiten in der Finite-Elemente Methode

1 Zusammenfassung

Die heute verbreiteten numerischen Simulationsverfahren, wie z. B. die Finite-Elemente Methode (FEM), sind zwar in der Lage, die Realität verhältnismäßig gut nachzubilden, können jedoch im Allgemeinen die im System enthaltenen Sicherheitsreserven nicht ausreichend quantifizieren. Mit diesem Beitrag werden verschiedene bekannte Ansätze numerisch untersucht, die die Bestimmung der Sicherheit eines numerischen Modells gegenüber Versagen ermöglichen sollen. Die detaillierter untersuchten Methoden sind die (1) ϕ - c -Reduktion, die (2) manuelle Anpassung der Materialparameter für eine ausgewählte Modellphase und das (3) Festigkeitsreduktionsverfahren nach Potts und Zdravkovic. Im Sinne von numerischen Experimenten werden unterschiedliche Modellvarianten, FE-Programme und Elementformulierungen untersucht und gegenübergestellt, sowie Rückschlüsse für die Aussagekraft der Methoden abgeleitet.

Hierbei wird gezeigt, dass die für ein Problem resultierenden Sicherheiten stark von der Kombination der verwendeten Modelltechniken und Analyseansätzen abhängen. Einfluss hat so die - über das verwendete Simulationsprogramm vorgegebene - Implementierung der FE-Algorithmen. Weiterhin beeinflusst die resultierende Sicherheit aber auch die im jeweiligen Modell genutzte Diskretisierung, als auch die verwendeten Randbedingungen und Elementtypen. Nicht zuletzt steuern auch die Möglichkeiten und Einschränkungen der Verfahren zur Quantifizierung der Sicherheit die möglichen Ergebnisse.

Mit Blick auf die Ergebnisse der numerischen Experimente dieses Beitrags, aber auch theoretischen Überlegungen, sollte heute nur in Sonderfällen auf den Nachweis der normativ geforderten Sicherheit mit klassischen Verfahren verzichtet werden. Der unreflektierte Einsatz der hier untersuchten Methoden, kann ggf. zu unzuverlässigen Aussagen zur Sicherheit eines Modells gegenüber Versagen führen.

2 Motivation

Für das klassische Design von geotechnischen Bauvorhaben hat sich das Konzept der Sicherheitsfaktoren bewährt, wie es z.B. bei Stabstatikverfahren eingesetzt wird. Ausgehend von dem Ansatz eines globalen Sicherheitsfaktors hat sich in der Zwischenzeit das Konzept der Teilsicherheitsfaktoren durchgesetzt und ist in den gültigen Normen verankert. Diese Sicherheitsfaktoren werden als vorgegebene Eingangsgrößen im Rechenmodell berücksichtigt, indem Einwirkungen und Widerstände vorgängig vor der eigentlichen

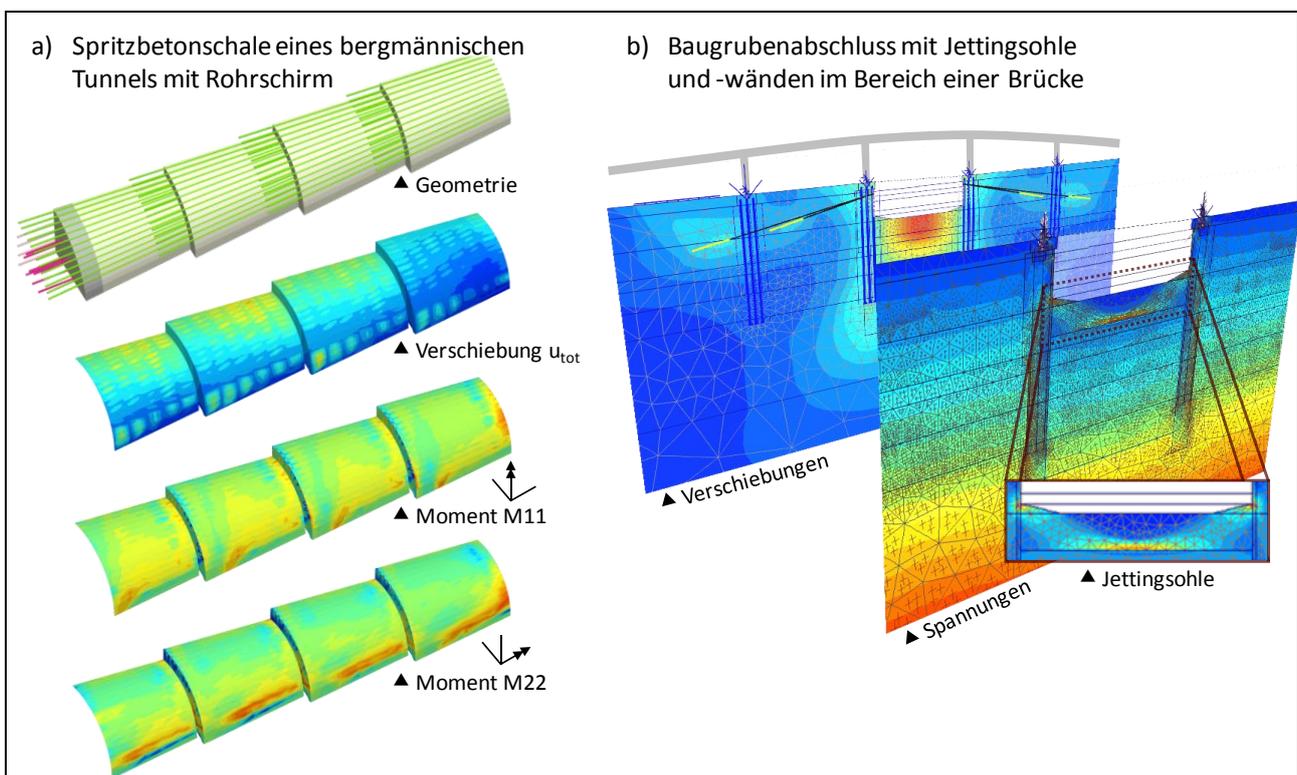


Bild 1: Beispiele für FE-Modelle in der geotechnischen Praxis

Berechnung vergrössert bzw. abgemindert werden. Somit können für Einwirkungen und Widerstände die systemimmanenten Unsicherheiten innerhalb einer Konstruktion berücksichtigt werden.

Einhergehend mit immer ambitionierteren Bauprojekten, steigendem ökonomischem als auch terminlichem Druck, aber auch verbesserter Rechentechnik und Software wird zur umfassenden numerischen Modellierung verstärkt die Finite Elemente Methode (FEM) eingesetzt. Bild 1 zeigt plakativ einige Beispiele für FE-Simulationen aus der geotechnischen Praxis. Die FEM erlaubt es, das zukünftige Bauwerk realitätsnäher zu simulieren, als es die klassischen Methoden vermögen. Hierbei kann der Abstraktionsgrad in einem weiten Bereich durch den Benutzer vorgegeben werden. So wird i.d.R. ein nichtlineares Systemverhalten wieder gegeben, wie z.B. Nichtlinearitäten aufgrund der Geometrie oder im Materialverhalten. Aus geotechnischer Sicht ist die Möglichkeit der Simulation der Boden-Bauwerks-Interaktion und des Deformationsverhaltens hervorzuheben.

Aufgrund der höheren Komplexität erzeugen diese FEM-Modelle aber auch häufig einen gesteigerten Zeitaufwand bei Definition als auch Auswertung und bedürfen einer speziellen Interpretation durch den Nutzer. Aus Sicht eines normgerechten Bauwerksdesigns wirkt jedoch schwerer, dass zusammen mit der FEM das Konzept der Teilsicherheitsfaktoren nicht mehr ohne weiteres angewendet werden kann. In der Literatur sind zwar verschiedene Verfahren zur Bestimmung der Sicherheit eines FE-Modells verfügbar und auch in Softwarepaketen implementiert, jedoch bedingen diese teilweise starke Einschränkungen für die verwendbaren Simulationen.

Ergebnis von FE-Berechnungen (aber auch anderen numerischen Techniken) sind i. d. R. komplexe Systemantworten, die sich z. B. in Spannungs- und Verformungsfeldern ausdrücken. Diese Simulationsergebnisse sind auf Systemversagen, als auch örtliches Versagen hin zu untersuchen und zu bewerten. Weder die direkte Berechnung eines globalen Sicherheitsfaktors in Form eines Quotienten noch die Berücksichtigung von Teilsicherheitsbeiwerten kann ohne weiteres stattfinden. Mit dem Einsatz von numerischen Verfahren wie der FEM muss ein Paradigmenwechsel bezüglich der Sicherheitsfaktoren in Erwägung gezogen werden: Diese sind für einige Ansätze nicht länger direkte Eingangsgrößen, sondern müssen im Nachgang bestimmt werden.

In der geotechnischen Praxis wird aktuell vermehrt darauf zurückgegriffen, die Einwirkungen $E_{k,FE}$ auf ausgewählte konstruktive Elemente mittels FE-Modellen zu bestimmen und diese "charakteristischen Werte" nachfolgend analog Gleichung (1) mit Sicherheitsfaktoren (γ_G und γ_R , wobei mit γ_R nach SIA 260 die Modellunschärfe berücksichtigt wird) zu beaufschlagen und mit dem zulässigen Bemessungswert $R_d = R_k/\gamma$ nach SIA 262, SIA 263 bzw. SIA 267 zu vergleichen. Im Rahmen dieses Beitrags wird dieser Ansatz nicht weiter verfolgt. Der Grund hierfür ist, da so nicht die in einem System vorhandene Sicherheit bestimmt wird, sondern ausgewählte Schnittgrößen einem zulässigen Wert gegenüber gestellt werden. Weiterhin bleiben (ggf. auch ungünstig wirkende) Nichtlinearitäten unberücksichtigt.

$$(1) \quad E_{k,FE} \cdot \gamma_G \cdot \gamma_R < R_k/\gamma$$

Im Folgenden werden einige ausgewählte Methoden zur Bestimmung der Sicherheit von Finite-Elemente-Modellen aus dem geotechnischen Umfeld kurz vorgestellt (Abschnitt 3). Nachfolgend werden diese für numerische Experimente verwendet (Abschnitt 4) und die Resultate diskutiert (Abschnitt 5).

3 Bekannte Methoden in der FEM

In der Literatur finden sich Publikationen zu verschiedensten Ansätzen zur Berücksichtigung eines Sicherheitskonzeptes in numerischen Simulationen: Unter anderem zu stochastischen Verfahren (z.B. [10]), dem „Load and Resistance Factoring Approach“ (LRFA, z. B. [3]) oder auch dem „Material Factoring Approach“ (MFA, z. B. [3]). Für letzteren Ansatz wird in zwei Methoden unterschieden: Nach Methode (1) findet die eigentliche Simulation des Bauwerks mit unfaktorierten Parametern statt und nachfolgend wird in einer speziellen Rechenphase eine sukzessive Abminderung von Materialparametern vorgenommen. Nach der Methode (2) werden die Materialparametersätze für die gesamte Berechnung angepasst. Bild 2 visualisiert die Abhängigkeiten zwischen diesen ausgewählten Verfahren.

Zumindest in Mitteleuropa herrscht im Moment in der geotechnischen Praxis der Einsatz des MFA mit der Methode (1) vor - in Form der ϕ -c-Reduktion ([5]). Durch Potts und Zdravkovic [7] liegt eine Erweiterung dieses Verfahrens vor. Diese beiden Verfahren werden in Abschnitt 3.2 und 3.4 näher beleuchtet und nachfolgend für numerische Experimente verwendet (Abschnitte 4 und 5). Zur Vollständigkeit werden in Abschnitt 3.1 Argumente zum MFA in der Methode (2) zusammengestellt.

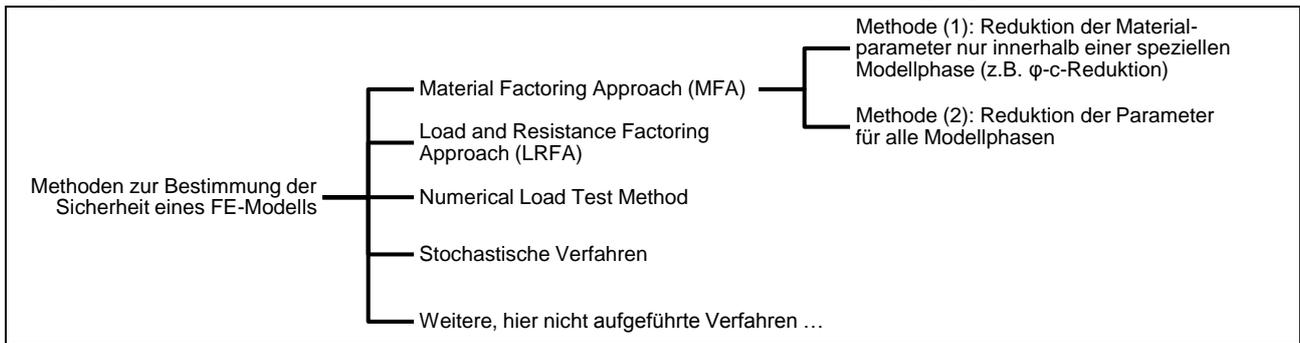


Bild 2: Ausgewählte Methoden zur Bestimmung der Sicherheit von numerischen Modellen

3.1 Manuelle Anpassung der Materialparameter für eine gesamte FE-Simulation

Wird das für klassische Nachweisverfahren entworfene Teilsicherheitskonzept stur auf FE-Berechnungen übertragen, müsste eine Anpassung der Materialparameter für eine gesamte FE-Simulation erfolgen. Dies entspricht dem MFA in der Methode (2). Alle Berechnungsphasen würden so mit einem "Design-Parametersatz" ausgeführt werden. Dieses Vorgehen bedingt die folgenden Punkte:

- Es muss vorgängig abgeschätzt werden, ob eine Größe einen günstigen oder ungünstigen Einfluss auf das System hat. Entsprechend wird diese abgemindert oder erhöht. Für einige Grössen, wie z. B. den Erddruck, ist dies schwierig, da sowohl günstige wie auch ungünstige Wirkungen möglich sind. Weiterhin kann innerhalb eines FE-Modells eine Grösse sowohl günstig wie auch ungünstig wirken.
- Werden die Eingangsgrößen eines FE-Modells vorab mit Teilsicherheitsfaktoren abgemindert oder erhöht, weicht das resultierende Spannungs- und Verformungsfeld von dem in der Natur zu erwarteten Feld ab und zeigt möglicherweise unrealistische Effekte. Weiterhin ergibt sich das Dilemma, dass unklar ist, welcher Initialzustand (inklusive K_0 -Wert) für das System vorzugeben ist.
- Wird für eine spätere Projektphase ein höheres Sicherheitsniveau gefordert, als für die vorhergehenden Phasen (z.B. durch Wegfall der Beobachtungsmethode im Endzustand) muss für die späteren Phasen ein stärker abgeminderter Parametersatz verwendet werden. Mit diesem Parametersatz konvergiert jedoch unter Umständen das Modell nicht in den früheren Projektphasen, sodass der Nachweis des höheren Sicherheitsniveaus problematisch wird.

Mit dem Dokument ASTRA 82007 ([2]) ist im Rahmen der Richtlinie ASTRA 12014 ein MFA in der Methode (2) für den Spezialfall des Nachweises eines Tunnels in offener Bauweise in der Schweiz vorgegeben. Die oben genannten Punkte berücksichtigt diese Richtlinie, indem mehrere 2D-FE-Modelle (plain strain) und deren Konfiguration detailliert vorgegeben werden. Neben dem zu verwendenden Materialmodell, wird für jedes der 2D-FE-Modelle der Boden bzw. das Hinterfüllmaterial um den Tunnel in Regionen eingeteilt, denen unterschiedliche Sätze von Abminderungsfaktoren zugewiesen werden.

Aufgrund der für den allgemeinen Fall ungeklärten Punkte bzw. der hohen Spezialisierung der ASTRA-Richtlinie 12014 wird im Folgenden die Anpassung der Materialparameter für eine gesamte FE-Simulation nicht weiter berücksichtigt.

3.2 Festigkeitsreduktionsverfahren: φ-c-Reduktion

In verschiedenen FE-Softwarepaketen ist die Funktion der φ-c-Reduktion implementiert ([5]). Diese Funktion mindert sukzessive den Reibungswinkel φ und die Kohäsion c des Materialmodells Mohr-Coulomb ausgehend von ihren ursprünglich gewählten Werten soweit ab, bis keine Konvergenz mehr erreicht wird. Hierbei werden der Reibungswinkel und die Kohäsion mit dem Faktor R so abgemindert, dass ihr ursprüngliches Verhältnis konstant bleibt:

$$(2) \quad R = \frac{\tan \varphi'}{\tan \varphi'_{red}} = \frac{c'}{c'_{red}}$$

Im Folgenden wird dieser Ansatz mit dem Programm Plaxis 2D v2010 untersucht. Aktuell laufen analoge Untersuchungen mit den Nachfolgeversionen.

Aus Sicht einer generellen Beurteilung der Sicherheit eines Designs auf der Basis eines numerischen Modells besitzt der Ansatz der φ-c-Reduktion einige Einschränkungen. Zum einen ist dieser Ansatz auf das Materialmodell „Mohr-Coulomb“ beschränkt, dass das komplexe nichtlineare Verhalten des 3-Phasen-

Systems Boden jedoch nur in einer sehr groben Näherung modelliert. Zum zweiten werden eben nur die zwei Parameter modifiziert (Reibungswinkel und Kohäsion). Andere Modellparameter bleiben unberücksichtigt, obwohl diese einen signifikanten Einfluss auf die Systemantwort haben können.

3.3 Manuelle Anpassung der Materialparameter für ausgewählte Modellphasen

Analog der in einigen FE-Programmen eingebauten ϕ -c-Reduktion, kann auch eine manuelle Festigkeitsreduktion für ausgewählte Simulationsphasen durch den Nutzer erfolgen. Unter der Voraussetzung, dass dies durch das FE-Programm unterstützt wird, können so die abzumindernden Parameter frei gewählt werden und es kann ggf. für jeden Parameter ein unterschiedlicher Abminderungsfaktor eingesetzt werden. Im Folgenden wird dieser Ansatz mit dem Programm Abaqus untersucht.

3.4 Festigkeitsreduktionsverfahren nach Potts und Zdravkovic [7]

Der verallgemeinerte Ansatz von Potts und Zdravkovic [7] zielt ebenfalls auf eine Reduktion der Festigkeit, wobei wiederum ein einzelner skalarer Reduktionsfaktor verwendet wird. Im Gegensatz zur ϕ -c-Reduktion wird dieser Faktor jedoch direkt auf die Fließfläche der konstitutiven Modelle einer FE-Simulation angewendet. Gemäss [7] wird demnach die Definition der Funktion F der Fließfläche ausgehend von der klassischen Form von Gleichung (3) mit dem Spannungszustand $\{\sigma\}$ und den Zustandsparametern $\{k\}$ um einen Sicherheitsfaktor F_s gemäss Gleichung (4) erweitert. Für den Sonderfall des Materialmodells Mohr-Coulomb entspricht das Festigkeitsreduktionsverfahren nach Potts und Zdravkovic [7] der ϕ -c-Reduktion.

$$(3) \quad F(\{\sigma\}, \{k\}) = 0$$

$$(4) \quad F(\{\sigma\}, \{k\}, F_s) = 0$$

Dieser Ansatz wird im Folgenden mit dem FE-Programm ICFEP untersucht.

4 Numerische Experimente

Die hier vorgestellten numerischen Experimente nutzen das in [9] publizierte FE-Modell einer 7 m tiefen einfach abgestützten Baugrube in homogenem Untergrund gemäss Bild 3. Es wird angenommen, dass der Grundwasserspiegel deutlich unter der Baugrubensohle liegt und nicht berücksichtigt werden muss. Weiterhin wird angenommen, dass die Baugrube sehr lang und symmetrisch ist, sodass nur die linke Baugrubenhälfte in einem 2D-Modell mit ebenem Verzerrungszustand (plain-strain) simuliert werden muss. Die Baugrubenwand (Schlitzwand) wird in 3 Varianten modelliert, wie sie in Bild 3 mit "a" (einfaches Beam-Element), "b" (Beam-Element mit horizontalem Fuss) und "c" (Volumenelement) gekennzeichnet sind. Auf den Einsatz von Interface-Elementen wurde im Sinne der Vereinfachung des FE-Modells für die numerischen Experimente verzichtet. Für den Boden wird der ebenfalls in [9] verwendete Materialparametersatz für ein linear-elastisches ideal-plastisches Materialverhalten mit einem Versagenskriterium nach Mohr-Coulomb verwendet (Tabelle 1). In den aufeinander aufbauenden Modellphasen wird nach der Erstellung des geostatischen Spannungszustandes (Phase 1) ein erster Aushubsschritt bis auf 1.5 m unter OKT modelliert (Phase 2). Nachfolgend wird 1.5 m unter OKT der Spriess aktiviert (Phase 3). Weiter wird auf 7 m unter OKT der Endaushub vorgenommen (Phase 4). Im Anschluss ist der Sicherheitsfaktor für diesen Zustand zu ermitteln (Phase 5).

Im Sinne einer Parameterstudie wurde das FE-Modell vielfach berechnet, wobei jeweils der Betrag der 7 m breiten Auflast B zufällig variiert wurde. In [9] wurde für diese Auflast B ein Betrag von 50 kN/m² angesetzt und mit dem Stabzugverfahren nach EB 45 ([6]) eine Geländebruchsicherheit von 1.85 berechnet. In den nachfolgenden Abbildungen wird dieser Datenpunkt zu Vergleichszwecken immer mit angegeben.

Um eine Vergleichbarkeit zwischen den drei untersuchten Ansätzen herzustellen, wurden jeweils nur die Parameter ϕ und c für die Bestimmung der Sicherheit berücksichtigt. Obgleich die Verfahren nach Abschnitt 3.3 und 3.4 auf höherwertige konstitutive Formulierungen als „Mohr-Coulomb“ abwendbar sind, ist die in Abschnitt 3.2 beschriebene ϕ -c-Reduktion definitionsgemäss eben auf dieses Materialgesetz beschränkt. Weiterhin wurden die Diskretisierung und Randbedingungen der numerischen Modelle der unterschiedlichen FE-Programme - soweit möglich - gleichartig gewählt.

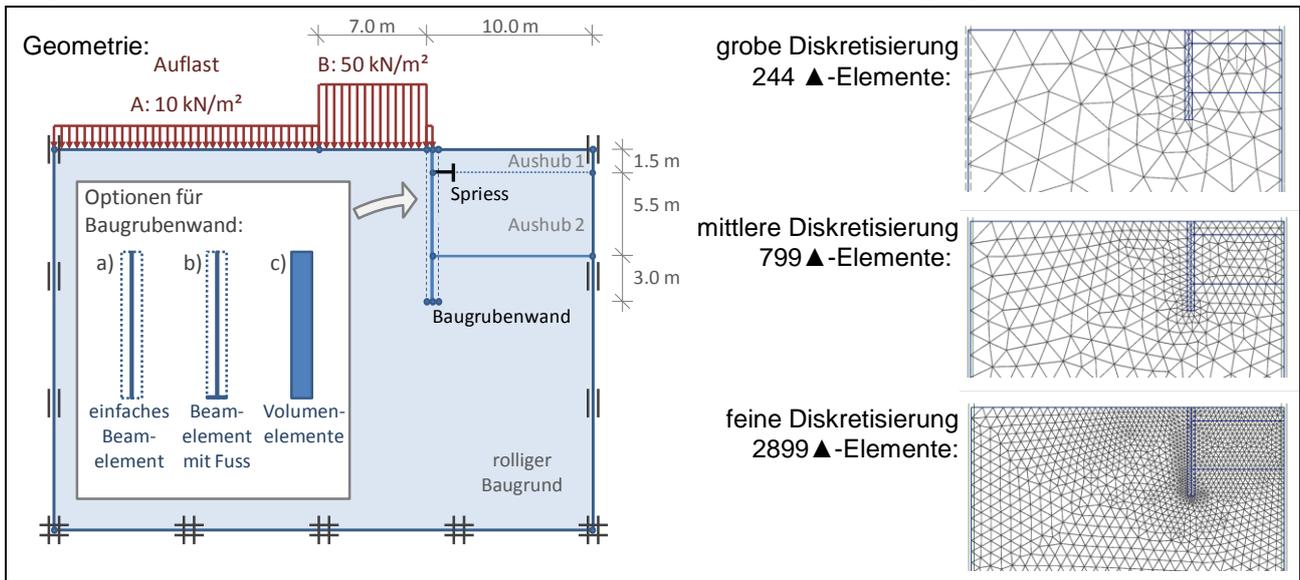


Bild 3: Verwendetes FE-Modell für die numerischen Experimente (modifiziert nach [9])

Tabelle 1: Materialparametersatz (nach [9])

Material und Eigenschaft	Wert	Anmerkung
Boden (linear-elastisch, Mohr-Coulomb)		
Reibungswinkel φ'	35 °	
Kohäsion c'	0.1 kN/m ²	
Dilatanzwinkel ψ	5 °	= max($\varphi' - 30^\circ$; 0)
Wichte γ	19 kN/m ³	
Elastizitätsmodul E_s	25 MN/m ²	
Querdehnzahl ν	0.3	
Erdruchdruckbeiwert K_0	0.43	= 1 - sin(φ')
Baugrubenwand (linear-elastisch)		
Elastizitätsmodul E_s	30'000 MN/m ²	nicht teilgerissen, [9]
Querdehnzahl ν	0.2	
Wichte γ	23kN/m ³	Ansatz gemäss [9]
Dicke d	0.8 m	

Bild 4 zeigt den Einfluss der Varianten zur Modellierung der Baugrubenwand auf die resultierende Sicherheit für die φ -c-Reduktion und variierende Beträge für die Auflast B. Erwartungsgemäss sinkt für alle Varianten die Sicherheit mit steigendem Betrag der Auflast B. Nach Bild 4 ergeben sich merkliche Unterschiede in der resultierenden Sicherheit, je nachdem, wie die Baugrubenwand modelliert wird. Für eine Modellierung mit einem einzelnen Beam-Element ergibt sich tendenziell die niedrigste Sicherheit von ~1.6 (bei B = 50 kN/m²). Ein Beam-Element mit Fuss ergibt hingegen bereits eine Sicherheit von ~1.8 und bei der Wahl von Volumen-Elementen wird die höchste Sicherheit von ~1.9 erreicht (beide für B = 50 kN/m²). Der Unterschied in den Sicherheiten wird für den untersuchten Wertebereich für die Auflast B etwas kleiner, je höher die Auflast wird.

Für höhere Lastbeträge ist insbesondere für die Modellierung mit Volumenelementen, aber auch für die Variante "Beam mit Fuss", ein Sprung im Verlauf der resultierenden Sicherheiten zu beobachten. Dieser Sprung ist auf eine Änderung des Versagensmodus des Modells zurückzuführen und ist auf der linken Seite von Bild 4 illustriert: Für den Fall einer Auflast B von 50 kN/m² ergibt sich das erwartete "gleitkreisartige" Versagen der Baugrubenbegrenzung. Im Fall von B = 175 kN/m² ergibt sich für das untersuchte Modell jedoch ein lokales Versagensbild am baugrubenabgewandten Ende der Last B. Da dieser Versagensmodus numerisch vor dem Versagen der Baugrubenwand eintritt, wird für die resultierende Sicherheit eben dieser Modus massgebend. Die Sicherheit gegenüber dem gleitkreisartigen Versagen kann ohne Anpassungen am Modell (z.B. leichte Schrägstellung der Last B, oder fließender Übergang zwischen Last A und B). Dieses Beispiel unterstreicht die häufig im Zusammenhang mit numerischen Methoden geäusserte Forderung, die Systemantwort grafisch zu prüfen.

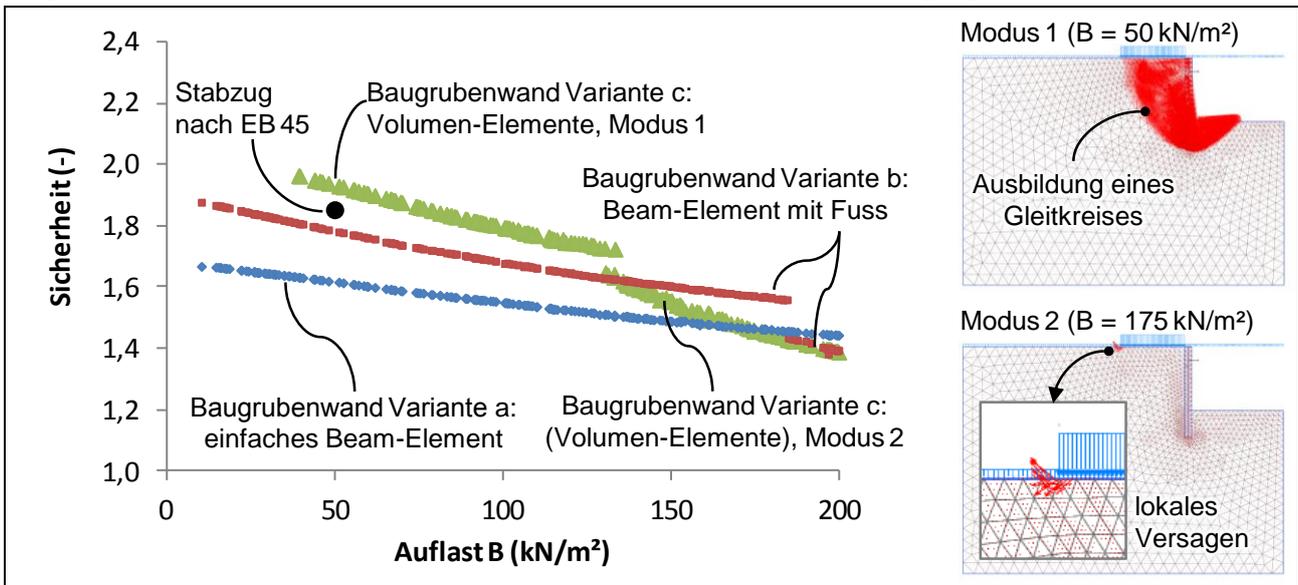


Bild 4: Einfluss der Modellierung der Baugrubenwand (ϕ -c-Reduktion, Plaxis 2D v2010, 2899 Elemente)

Im Zusammenhang mit der FE-Methode (und anderen netzbasierten Verfahren) tritt häufig die Frage der Abhängigkeit der Resultate von der gewählten Diskretisierung auf. In Bild 5 ist diese Abhängigkeit sowohl für die ϕ -c-Reduktion (Plaxis 2D v2010) als auch das Verfahren nach Potts und Zdravkovic (ICFEP) illustriert. Für die ϕ -c-Reduktion (Bild 5a) zeigt sich, dass der Einfluss der Diskretisierung für $B < 125 \text{ kN/m}^2$ deutlich geringer ist (resultierende Sicherheiten ca. zwischen 1.92 bis 2.05), als der Einfluss der Modellierung der Baugrubenwand. Tritt jedoch das in Bild 4 als "Modus 2" illustrierte Versagensverhalten auf, vergrößert sich diese Differenz deutlich. Dieser Effekt liegt darin begründet, dass der "Modus 2" lokal sehr eng begrenzt ist, und damit durch eine Netzverfeinerung deutlich besser wieder gegeben werden kann. Der auch im grössten Netz sehr viele Elemente beeinflussende Modus 1 hingegen profitiert nur untergeordnet durch eine feinere Diskretisierung.

Der Einfluss der Diskretisierung auf die Methode nach Potts und Zdravkovic (Bild 5b) ist ebenfalls gering. Beim Vergleich von Bild 5a und Bild 5b ist zu beachten, dass Plaxis 15-knotige Dreiecks-Elemente verwendet, wogegen bei ICFEP 9-knotige Quad-Elemente zum Einsatz kommen. Die Diskretisierung wurde so gewählt, dass diese "optisch gleichwertig" erschien, wodurch die unterschiedlichen Elementanzahlen zustande kommen. Die resultierenden Sicherheiten sind für ICFEP geringfügig kleiner als die mit Plaxis errechneten Werte der ϕ -c-Reduktion, liegen jedoch auch sehr nahe am Nachweis nach EB 45. Der auffälligste Unterschied ist, dass die ICFEP-Datenreihen eine deutlich höhere Streuung aufweisen, als für die Untersuchungen mit Plaxis. Dieser Punkt wird in Abschnitt 5 mit diskutiert.

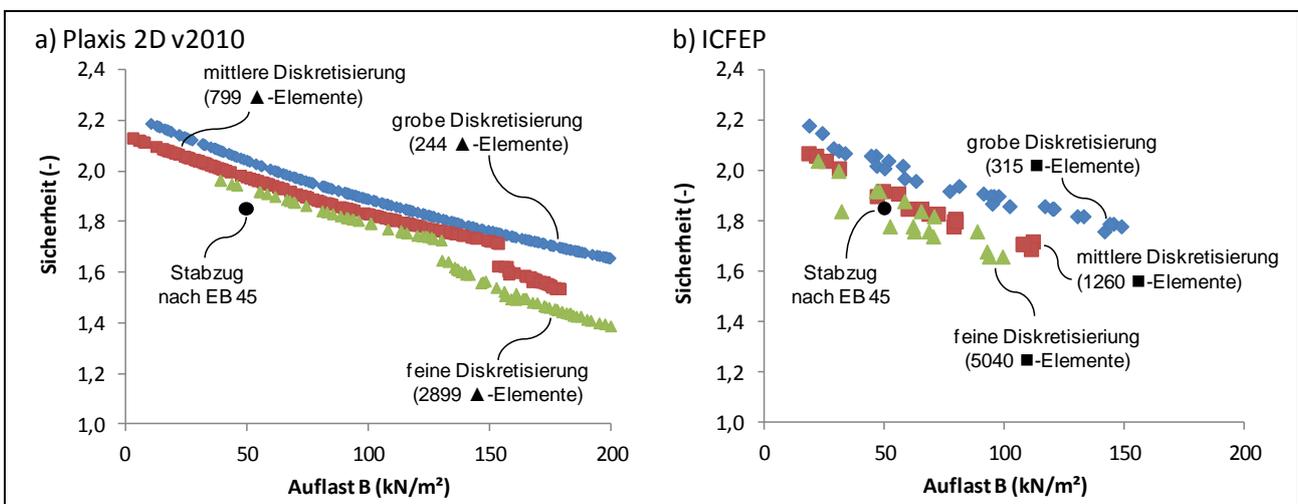


Bild 5: Einfluss der Diskretisierung auf die resultierenden Sicherheiten (Modellierung der Baugrubenwand mit Volumen-Elementen)

Bild 6 zeigt die Resultate bei Verwendung der manuellen Anpassung der Materialparameter eines Abaqus-Modells nach Abschnitt 3.3 für eine ausgewählte Modellphase. Um die Vergleichbarkeit zu den Resultaten der ϕ -c-Reduktion in Plaxis herzustellen, wurden sowohl ϕ als auch c mit den gleichen Faktor abgemindert. Bild 6a enthält zur besseren Gegenüberstellung auch nochmals die Reihe für die Plaxis-Modellvariante "c" aus Bild 4. Bild 7 zeigt zusätzlich zu den Daten aus Bild 6 noch die Datensätze für weitere Elementtypen von Abaqus. Ziel der Untersuchungen von Bild 7 ist es, den Einfluss des zur Diskretisierung verwendeten Elementtyps auf die resultierenden Sicherheiten aufzuzeigen. Die in Bild 7 links abgebildeten Resultate zeigen ein deutlich abweichendes Verhalten für die untersuchten Elementtypen. Es wurden 3 Dreieckselemente (CPE3, CPE3H und CPE6M) und 3 Rechteckselemente (CPE4R, CPE4RH und CPE8R) untersucht, wobei in Bild 7 links auf die Darstellung für CPE4RH aufgrund der Ähnlichkeit zu den Resultaten von CPE4R für dieses Modell verzichtet wurde. Eine detaillierte Beschreibung der verwendeten Modelltypen findet sich in der Abaqus-Programmdokumentation [1].

Im Vergleich zu den Ergebnissen der Plaxis- und ICFEP-Modelle erreichen die Abaqus-Modelle mit den Elementtypen CPE3 und CPE3H höhere Sicherheiten (2.15 ... 2.25 gegenüber ca. 2.00 bei Plaxis, Bild 6a). Die resultierenden Sicherheiten dieser Elementtypen zeigen zudem ein recht "gutmütiges" Verhalten mit variierender Auflast B (bei einer kleinen Anpassung der Last B verändert sich die Sicherheit nur geringfügig). Die Modelle mit CPE8R und CPE6M zeigen hingegen ein deutliches "Rauschen" in den Sicherheiten mit sich ändernder Auflast B. Die Ergebnisse für CPE4R zeigen ebenfalls ein Rauschen, jedoch ist noch eine "obere Trendlinie" der Sicherheiten sichtbar: So wird in der Nähe von $B = 50 \text{ kN/m}^2$ mehrfach eine Sicherheit von ca. 1.9 gefunden, jedoch für $B \approx 47 \text{ kN/m}^2$ auch einmal nur eine Sicherheit von ca. 1.58 ausgewiesen. Obgleich eine detaillierte Untersuchung der Gründe für das unterschiedliche Verhalten für die einzelnen Elementtypen den Umfang dieses Betrags übersteigen würde, kann allgemein gesagt werden, dass die Elementtypen stark in ihrer Eignung zur Berechnung von Sicherheiten aufgrund ihres unterschiedlichen Konvergenzverhaltens unterscheiden. Auch dieser Punkt wird in Abschnitt 5 nochmals mit diskutiert. In der rechten Hälfte von Bild 7 ist für den Fall von $B = 50 \text{ kN/m}^2$ die Abhängigkeit der Verschiebung des Fusspunktes der Baugrubenwand vom Sicherheitsfaktor gegeben. Die Verschiebungen nehmen hiernach mit steigendem Sicherheitsfaktor überlinear zu, da das Modell zunehmend weicher reagiert. Wie auch in Bild 7 links sind wiederum gut die recht unterschiedlichen Sicherheiten sichtbar, ab denen das Modell je nach Elementtyp nicht mehr konvergiert (ca. 1.62 für CPE6M bis ca. 2.25 für CPE3H). Weiterhin zeigt Bild 7 rechts, dass die Dreieckselemente für den Wandfusspunkt einen geringfügig anderen Verformungspfad erzeugen, als die Rechteckselemente.

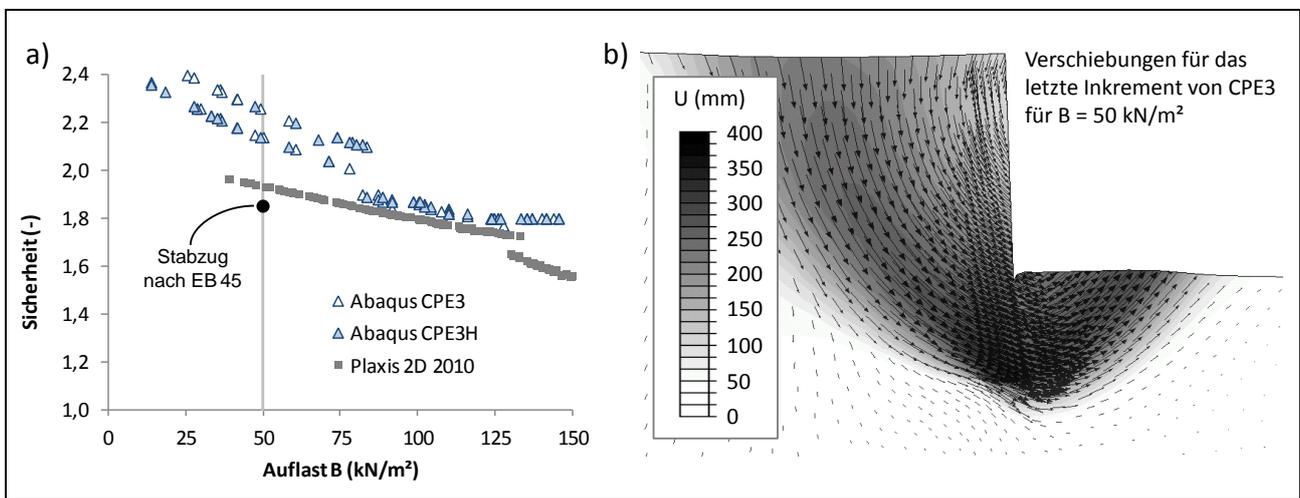


Bild 6: Resultierenden Sicherheiten mit der manuellen Anpassung der Materialparameter (Abaqus, 5303 ▲-Elemente, Modellierung der Baugrubenwand mit Volumen-Elementen)

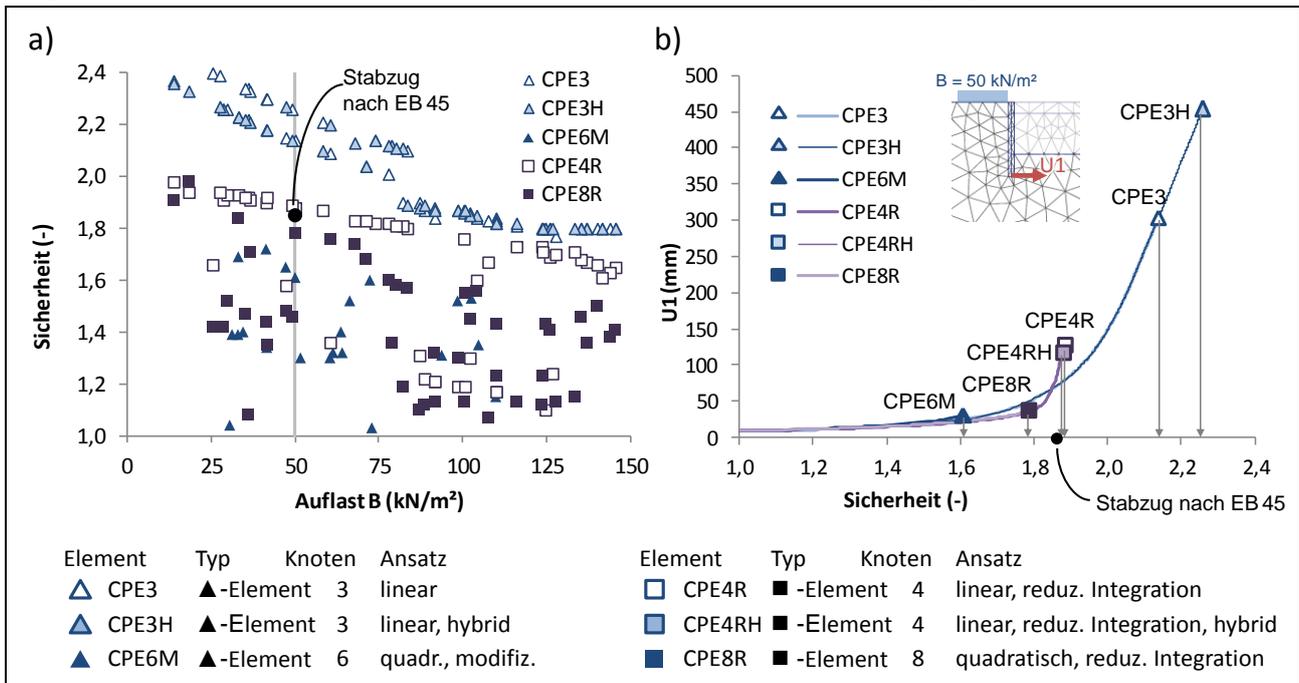


Bild 7: Einfluss des Elementtyps auf die resultierenden Sicherheiten (Abaqus, 5303 ▲-Elemente bzw. 3157 ■-Elemente, Modellierung der Baugrubenwand mit Volumen-Elementen)

5 Diskussion der Resultate

Bei der Interpretation der in Abschnitt 4 gezeigten numerischen Experimente sollte berücksichtigt werden, dass diese auf Finite-Elemente-Modellen aufbauen. Damit erben die untersuchten Verfahren zur Bestimmung der im Modell vorhandenen Sicherheit gegen Versagen mit den Möglichkeiten und Eigenschaften der Simulationen auch die Einschränkungen der FE-Methode. Die FE-Methode wiederum ist als Kontinuumsverfahren im Allgemeinen nicht in der Lage, das Verhalten nach einem Systemversagen (im Sinne von z.B. dem Einsturz einer Baugrube) exakt zu simulieren, da in diesen Fällen der Übergang zu einem Diskontinuum notwendig wäre. Je nach FE-Implementierung stellen sich bereits numerische Probleme ein, wenn grössere Deformationen vor dem eigentlichen Versagen des Systems auftreten.

An dieser Stelle sollte darauf hingewiesen werden, dass die Definition der exakten Grenze des "Versagens" eines geotechnischen Systems für den verallgemeinerten Fall schwierig ist. Im Rahmen dieses Beitrags wird dieser Punkt nicht näher behandelt. Für die in Abschnitt 4 untersuchten Verfahren wird durchweg das "Systemversagen" mit dem "Wegfallen der Konvergenz der internen iterativen Algorithmen" gleichgesetzt. Gründe für das Unvermögen eines FE-Algorithmus Konvergenz zu erreichen sind dabei u.a. häufig, dass die Systemsteifigkeitsmatrix nicht mehr invertiert werden kann (z.B. da diese singulär wird) oder dass die Spannungspunkte nicht mehr auf die Fliessfläche des verwendeten Materialmodells mit der geforderten Genauigkeit zurückprojiziert werden können. Solche Probleme sind stark in den verwendeten mathematischen Ansätzen verwurzelt, die die realen physikalischen Vorgänge mehr oder minder stark vereinfachen. Numerische Probleme oder fehlende Konvergenz werden für FE-Modelle jedoch häufig auch beobachtet, wenn diese sich nicht in der Nähe des Versagenszustandes befinden. Die Definition der in einem FE-Modell vorhandenen Sicherheit gegen Versagen auf der Basis "fehlender Konvergenz" sollte entsprechend durchaus vorsichtig bewertet werden: *Zwar kann davon ausgegangen werden, dass bei einem Systemversagen auch ein FE-Algorithmus nicht mehr konvergiert; jedoch muss eine fehlende Konvergenz nicht zwingend in einem Systemversagen begründet sein.* Dies ist auch einer der Gründe, weshalb im Kontext der ϕ -c-Reduktion z.B. durch die Softwarehersteller häufig darauf hingewiesen wird, dass der sich entwickelnde Versagensmechanismus kritisch zu prüfen ist.

Der Effekt des sich ändernden Konvergenzverhaltens für unterschiedliche Elementtypen in ein und demselben FE-Programm ist in Bild 7 gut ersichtlich. Auch der Vergleich zwischen Bild 5a und Bild 5b für zwei unterschiedliche FE-Pakete zeigt gut den Unterschied im "Rauschen" der Sicherheiten, das ohne die Parameterstudie von Abschnitt 4 nicht oder nur schwer abgeschätzt werden kann. Der Vergleich der Resultate zwischen den Modellen von Plaxis und Abaqus in Bild 6a illustriert ebenfalls diesen Effekt. Das Konvergenzverhalten ist nach der Erfahrung des Autors neben dem Elementtyp bzw. der Elementformulierung abhängig von vielen weiteren Details der numerischen Umsetzung des jeweiligen FE-Programms, wie dem Algorithmus zur Integration des nichtlinearen Materialverhaltens, dem Algorithmus zur

Rückprojektion von plastischen Punkten auf die Fließfläche des Materialmodells oder verschiedensten empirisch festzulegenden numerischen Kontrollparametern.

Als Beispiel für den Einfluss numerischer Methoden auf das Konvergenzverhalten im Kontext der FE zeigt Bild 8a das Vorgehen zur Rückprojektion eines ungültigen Spannungstensors auf die Fließfläche nach [5]. Werden im Zuge einer Festigkeitsreduktion, wie z.B. einer ϕ -c-Reduktion, die Festigkeitsparameter herabgesetzt, verkleinert sich der Bereich im σ - τ -Diagramm, in dem ein Spannungszustand ein elastisches Materialverhalten hervorruft. Liegen nach einer solchen schrittweisen Verkleinerung des elastischen Bereichs Spannungspunkte im grösser werdenden unzulässigen Bereich, müssen diese auf die mit $f^1 = 0$ gekennzeichnete Fließfläche in zwei Schritten zurückprojiziert werden. Dies ist i.d.R. ebenfalls ein iterativer Prozess, in dem jedoch die Fließfläche häufig mit vertretbarem Aufwand im ersten Schritt $\Delta\sigma_1$ nicht exakt gefunden werden kann. Entsprechend werden auch Spannungspunkte akzeptiert, die – wie in Bild 8b dargestellt – innerhalb einer gewissen (wenn auch kleinen) Toleranzregion $\pm FTOL$ zur Fließfläche liegen. Bei der wiederholten Verkleinerung der elastischen Region, wie im Falle einer Festigkeitsreduktion können sich diese Ungenauigkeiten kumulieren und zu dem zuvor gezeigten Rauschen führen.

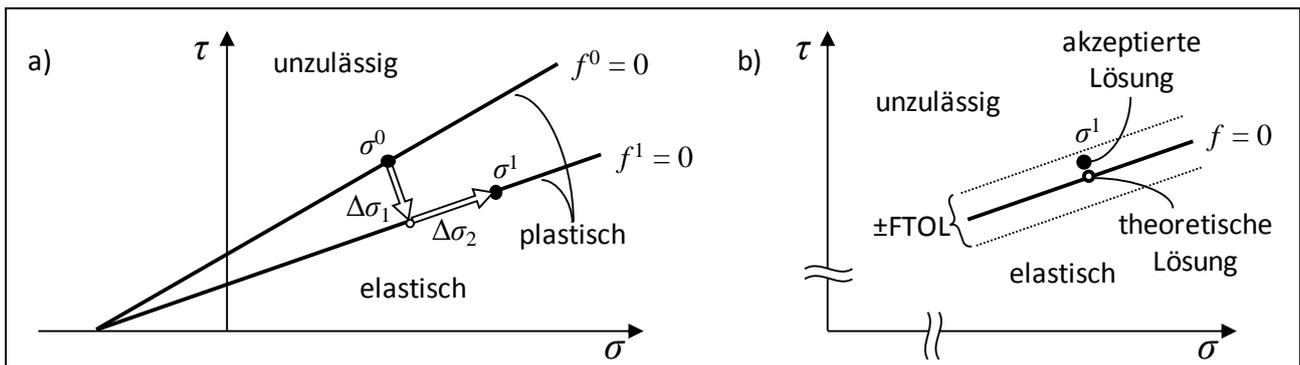


Bild 8: Rückprojektion von ungültigen Spannungstensoren auf die Fließfläche (modifiziert nach [5])

Für die Untersuchungen von Abschnitt 4 wurde ausschliesslich ein linear-elastisches ideal-plastisches Materialverhalten mit einem Versagenskriterium nach Mohr-Coulomb genutzt. Aus bodenmechanischer Sicht repräsentiert dieses Materialverhalten jedoch viele Lockergesteine nicht in der gewünschten Genauigkeit, sodass sich u.a. "Hardening Soil" ([8]) aktuell als Quasi-Standard auch mit der Erweiterung des "Small Strain" ([4]) etabliert hat. Für diese "höherwertigen" Materialmodelle ist aber z.B. die ϕ -c-Reduktion nicht definiert. Das FE-Paket Plaxis schaltet z.B. für eine ϕ -c-Reduktion intern auf Mohr-Coulomb zurück, wenn z.B. ein höherwertiges Materialmodell wie Hardening-Soil im Modell verwendet wird.

Ein weiterer offener Punkt ergibt sich aus der Überlegung heraus, dass viele höherwertige Materialmodelle spannungspfadabhängig arbeiten; sodass das Verhalten eines Materialpunktes von seiner Belastungsvorgeschichte abhängt. Durch die in Abschnitt 4 verwendeten Methoden wird jedoch nur ein Spannungspfad untersucht. Vorbedingung für die Verwendung dieser Methoden ist folglich das Vorwissen, dass der verwendete Spannungspfad gleichzeitig der massgebende Spannungspfad ist.

6 Zusammenfassung und Ausblick

Die Berücksichtigung von Sicherheiten in numerischen Simulationen, wie in FE-Modellen, ist in der aktuellen Normengeneration nicht detailliert geregelt. Auch aus der Literatur ist dem Autor hierzu noch kein in sich geschlossenes Konzept bekannt, welches ohne grössere Einschränkungen in der Praxis anwendbar wäre. Mit der ϕ -c-Reduktion ist zwar ein erster Ansatz in vielen FE-Programmpaketen verfügbar, der jedoch nur für Materialmodelle mit einem ideal-plastischen Versagenskriterium nach Mohr-Coulomb verwendbar ist und zudem nur einen Spannungspfad untersucht. Ein weiterer kritischer Punkt für die untersuchten Festigkeitsreduktionsverfahren ist, dass diese als Kriterium für die Bestimmung des Systemversagens - und damit für die Bestimmung der resultierenden Sicherheit - das Wegfallen der Konvergenz der internen iterativen Algorithmen ab einer gewissen Festigkeitsreduktionsstufe heranziehen. Angesichts der in diesem Beitrag gezeigten Ergebnisse erscheint dieses Kriterium jedoch unter Umständen unzuverlässig. Zudem sind diese internen iterativen Algorithmen i. d. R. recht komplex, ändern ihr Verhalten notwendigerweise mit den gewählten Berechnungsoptionen und sind häufig nicht vollständig offen gelegt. Als Versagenskriterium ist das Wegfallen der Konvergenz dieser Algorithmen für den Nutzer somit schwer nachvollziehbar und schwer bewertbar.

In der allgemeinen geotechnischen Praxis kann mit Blick auf diese Punkte noch nicht vollständig auf die Erstellung von klassischen Sicherheitsnachweisen parallel zur Simulation per FEM verzichtet werden.

Wünschenswert wäre, dass die numerisch bestimmte Sicherheit gegen Versagen weitestgehend Programm-unabhängig ist und somit nur untergeordnet von den Konvergenzeigenschaften der verwendeten Algorithmen abhängt. Für eine Weiterentwicklung der Methoden zur Bestimmung der Sicherheit einer numerischen Simulation gegen Versagen sollte das Kriterium der fehlenden Konvergenz zur Bestimmung des Grenzzustandes zumindest ergänzt werden. So könnte bereits von einem Versagen ausgegangen werden, wenn ausgewählte Punkte im Modell einen Verschiebungsbetrag aufweisen, der einen für das jeweilige Projekt zu definierenden Grenzwert überschreitet. Untersuchungswürdig sind jedoch auch energetische Kennwerte des Modells zur zuverlässigen Erkennung des Versagens, wie z.B. der "Second Order Work". Weiterhin müsste sichergestellt werden, dass der zur Grenzwertfindung untersuchte Spannungspfad auch dem physikalisch ungünstigsten Pfad entspricht.

Mit Blick auf die in diesem Beitrag gezeigten Resultate empfiehlt sich für die sichere numerische Bestimmung der Sicherheit eines Modells in der heutigen geotechnischen Praxis, neben der kritischen Analyse des eintretenden Versagensmechanismus und dem Vergleich mit klassischen Methoden, auch der Einsatz von Parameterstudien. Ohne solche Parameterstudien kann das sowohl modell-, methoden- als auch programmabhängige "Rauschen" in den Sicherheiten nicht oder nur schwerlich abgeschätzt werden. Letztendlich erbt jedoch die numerische Bestimmung der Sicherheit auch einen Grossteil der Eigenschaften und Einschränkungen der zugrunde liegenden Techniken und Modelle. Im Falle der hier untersuchten Methoden ist dies die FEM, die zwar ein wertvolles Werkzeug für den geotechnischen Alltag darstellt, aber auch immanente Einschränkungen mitbringt. Dies sollte bei der Bewertung der so gewonnenen Erkenntnisse immer berücksichtigt werden.

7 Danksagung

Die im Rahmen dieses Beitrags präsentierten Ergebnisse wurden sowohl im Rahmen der Kooperation mit Prof. Tom Schanz von der Ruhr-Universität Bochum, als auch im Rahmen von zwei Sabbaticals bei Prof. David Potts (London Imperial College) als auch Prof. Manuel Pastor (Universidad Politécnica de Madrid) erarbeitet. Der Autor dankt sowohl diesen drei Professoren als auch ihren Arbeitsgruppen für die intensiven Diskussion, ihre Unterstützung und die ausserordentlich gute Zusammenarbeit. Weiterhin gebührt grosser Dank Herrn Laurent Pitteloud (Gruner AG) für eine Vielzahl von interessanten und anregenden Diskussionen zu diesem Thema.

8 Literatur

- [1] Abaqus Reference Manual, Version 6.6-1.
- [2] ASTRA 82007: Berechnung und Bemessung von Tagbautunnels, Berechnungsbeispiele und Erläuterungen zur Richtlinie ASTRA 12014, Ausgabe 2013 V1.00, Bundesamt für Strassen ASTRA.
- [3] Bauduin, C.; Bakker, K. J.; Frank, R. (2005): Use of Finite Element Methods in Geotechnical Ultimate Limit State Design. 16th International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering, Osaka.
- [4] Benz, T. (2006): Small-Strain Stiffness of Soils and its Numerical Consequences. Dissertation, Universität Stuttgart.
- [5] Brinkgreve, R. B. J.; Bakker, H. L. (1991): Non-linear finite element analysis of safety factors. Computer Methods and Advances in Geomechanics, Beer, Booker & Carter (eds)
- [6] DGGT, Deutsche Gesellschaft für Geotechnik (2006): Empfehlungen des Arbeitskreises Baugruben – EAB. 4. Auflage, Verlag Ernst & Sohn, Berlin.
- [7] Potts, D.; Zdravkovic, L. (2011): Accounting for partial material factors in numerical analysis, Geotechnique, Vol. 62, ISSN: 0016-8505, Pages: 1053-1065
- [8] Schanz, T. (1998): Zur Modellierung des mechanischen Verhaltens von Reibungsmaterialien. Institut für Geotechnik, Stuttgart, Mitteilung 45.
- [9] Schanz, T. (2006): Standsicherheitsberechnungen von Baugruben – Berechnungsbeispiele. Beiblatt zu Empfehlung Nr. 4 des Arbeitskreises 1.6 „Numerik in der Geotechnik“, Geotechnik 29, Nr. 4, S. 359 – 368.
- [10] Schweiger, H. F. (2004): Standsicherheitsberechnungen FE-Analysen zur Ortsbrustverstärkung, Felsbau 22, Nr. 4, S. 47 – 51.

Autor:
 Jörg Meier, Dr.-Ing.
 Gruner AG
 Gellertstrasse 55, Basel